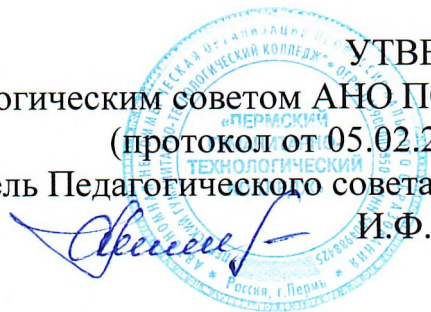


**Автономная некоммерческая организация профессионального образования
«ПЕРМСКИЙ ГУМАНИТАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
(АНО ПО «ПГТК»)**

УТВЕРЖДЕНА
Педагогическим советом АНО ПО «ПГТК»
(протокол от 05.02.2026 № 01)
Председатель Педагогического совета, директор
И.Ф. Никитина



**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ОП.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ
В ОТРАСЛИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ»
для специальности
09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением
(код и наименование специальности)**

Квалификация выпускника
Программист

Форма обучения
Очная

Пермь 2026

Фонд оценочных средств дисциплины **«ОП.01 Математический аппарат в отрасли информационных технологий»** специальности СПО 09.02.11 «Разработка и управление программным обеспечением» составлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования по специальности 09.02.11 Разработка и управление программным обеспечением (утвержден приказом Министерства Просвещения Российской Федерации от 24 февраля 2025 г. N 138). Фонд оценочных средств предназначен для обучающихся и преподавателей АНО ПО «ПГТК».

Автор-составитель: Дудина Н.А, старший преподаватель.

Фонд оценочных средств учебной дисциплины рассмотрена и одобрена на заседании кафедры математических и естественно-научных дисциплин, протокол, № 01 от 04.02.2026.

1. ПАСПОРТ ФОНДА-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ФОС

Фонд оценочных средств предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, осваивающих дисциплину ОП.01 Математический аппарат в отрасли информационных технологий.

Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Результаты обучения - это усвоенные знания и освоенные умения по дисциплине в целях овладения предусмотренных стандартом общих и профессиональных компетенций, а также для оценки достижения обучающимися личностных результатов.

Фонд оценочных средств позволяет оценивать:

Код ОК, ПК	Уметь	Знать
ОК. 01 Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам; ОК. 04 Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде; ПК 2.2. Разрабатывать модули программного обеспечения	У1. распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте, анализировать и выделять её составные части; У2. определять этапы решения задачи, составлять план действия, реализовывать составленный план, определять необходимые ресурсы; У3. выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; У4. владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; У5. оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника) У6. взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами в ходе профессиональной деятельности У7. выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений У8. решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на	З1. актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить З2. структуру плана для решения задач, алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях; З3. основные источники информации и ресурсы для решения задач и/или проблем в профессиональном и/или социальном контексте; З4. методы работы в профессиональной и смежных сферах; З5. основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии З6. основы дифференциального и интегрального исчисления; З7. основы теории комплексных чисел З8. основные принципы математической логики, теории алгоритмов; З9. эффективные алгоритмы и структуры данных для повышения производительности. •

	<p>У9. плоскости</p> <p>У10. применять методы дифференциального и интегрального исчисления;</p> <p>У11. решать дифференциальные уравнения</p> <p>У12. пользоваться понятиями теории комплексных чисел;</p> <p>У13. использовать основы теории алгоритмов;</p> <p>У14. разрабатывать модули программного обеспечения с использованием различных языков программирования и технологий.</p>	
--	--	--

1.2. Организация текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения программы учебной дисциплины

В период обучения по образовательной программе СПО осуществляется текущий контроль успеваемости студентов, промежуточная аттестация по учебным дисциплинам и МДК.

Текущий контроль осуществляется в пределах учебного времени, отведенного на учебную дисциплину, оценивается по пятибалльной шкале. Текущий контроль проводится с целью объективной оценки качества освоения программы дисциплины, а также стимулирования учебной деятельности студентов, подготовки к промежуточной аттестации и обеспечения максимальной эффективности учебного процесса. Для оценки качества подготовки используются различные формы и методы контроля. Текущий контроль дисциплины осуществляется в форме устного опроса; защиты практических заданий, реферата, творческих работ; выполнения контрольных и тестовых заданий; решения ситуационных задач и других форм контроля, предусмотренных программой дисциплины.

Промежуточная аттестация проводится в форме, предусмотренной планом учебного процесса: экзамена, дифференцированного зачета, зачета.

В период сложной санитарно-эпидемиологической обстановки или других ситуациях невозможности очного обучения и проведения аттестации студентов колледж реализует образовательные программы или их части с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий в предусмотренных законодательством формах обучения или при их сочетании, при проведении учебных занятий, практик, текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся.

Форма промежуточной аттестации по дисциплине ОП.01 Математический аппарат в отрасли информационных технологий. – экзамен.

2. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Перечень вопросов и заданий для текущего контроля

В результате текущей аттестации по учебной дисциплине ОП.01 Математический аппарат в отрасли информационных технологий осуществляется проверка сформированности умений и знаний, направленных на формирование соответствующих ФГОС СПО общих и профессиональных компетенций.

Практическое занятие №1, №2, №3

Выполнение линейных операций над матрицами. Умножение матриц. Свойства умножения матриц. Вычисление определителей второго и третьего порядков. Разложение определителя по элементам строки и столбца.

В результате освоения данной дисциплины у обучающегося формируются компетенции:

Задания для самостоятельного решения

Даны матрицы A и B .

- 1 Выписать матрицу A^T , минор матрицы M_{21} , отвечающий элементу a_{21} .
- 2 Вычислить $|A|$ тремя способами.
- 3 Вычислить $3A$, $2A - 3B$, $A \cdot B$, $B \cdot A$.
- 4 Вычислить B^{-1} двумя способами.
- 5 Вычислить $4A + 5B^{-1} + A \cdot B$

1 вариант		2 вариант	
$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -3 \\ -7 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix};$	$B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix};$	$B = \begin{pmatrix} 8 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$
3 вариант		4 вариант	
$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix};$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & -5 & -1 \end{pmatrix}$	$A = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -2 \\ 5 & -3 & -4 \\ 3 & -8 & -1 \end{pmatrix};$	$B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 10 & 5 \\ -2 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №4

Вычисление определителей высшего порядка.

В результате у обучающегося формируются компетенции:

Задание для самостоятельной работы

Задание. Вычислить определитель:

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & -6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \\ 1 & -2 & 5 & 9 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 7 & 5 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -4 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -3 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$$

$$7. \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 & 5 \\ 3 & -5 & 2 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & -2 \\ -4 & 2 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

$$8. \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 0 & 5 & 2 & 0 \\ 8 & 3 & 5 & 4 \\ 7 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$10. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & -2 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №5

Применение различных методов решения линейных уравнений.

В результате у обучающегося формируются компетенции:

Задание для самостоятельной работы

Решить систему линейных уравнений:

1 вариант

$$1. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_4 = 9, \\ 3x_1 + 3x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 + 2x_6 = 11, \\ 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 + 2x_6 = 11, \\ 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 + 2x_6 = 11, \\ 2x_4 + 2x_5 + 2x_6 = 11, \\ 2x_5 + 2x_6 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 4x_5 + 4x_6 = 22. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 6x_4 + 3x_5 = -9, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -3, \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 3. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ x_2 + x_3 + x_4 = -3, \\ x_3 + x_4 + x_5 = 2, \\ x_4 + x_5 = -1. \end{cases}$$

2 вариант

$$1. \begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 = -3, \\ 4x_4 = 4. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 4x_5 + 4x_6 = 0, \\ 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 4x_5 + 4x_6 = 0, \\ 3x_3 + 4x_4 + 4x_5 + 4x_6 = 0, \\ 4x_4 + 4x_5 + 4x_6 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 + 8x_5 + 8x_6 = 0, \\ 3x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 12x_4 + 12x_5 + 12x_6 = 0. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 1, \\ -2x_1 - 4x_2 + 4x_3 - 2x_4 + 2x_5 = -2, \\ -x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = -2. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4, \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 7. \end{cases}$$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №6

Свойства и графики элементарных функций

В результате у обучающегося формируются компетенции:

Задание для самостоятельной работы

1. Закончить предложение:
 - a) Областью определения функции $y = \frac{x}{x-1}$ является ...
 - b) Областью определения функции $y = \sqrt{x-1}$ является ...
 $x \geq 1$).
 - c) Областью значений функции $y = x^2 + 1$ является ...
 - d) Если для функции $y = f(x)$ выполняется равенство $f(-x) = f(x)$ для всех $x \in D(f)$, то функция ...
 - e) График нечётной функции симметричен относительно
 - f) Если для некоторых значений x_1 и x_2 из области определения функции $y = f(x)$ при условии $x_1 < x_2$ выполняется неравенство $y_1 < y_2$, то функция ...
2. Построить графики функции:
 - a) $y = x - 2$,
 - b) $y = 3 - x$
 - c) $y = x^2 - 2x$
 - d) $y = x^2 - 4x + 3$
 - e) $y = 4x - x^2$.
3. Найти область определения функции:
 - a) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$,
 - b) $y = \frac{x+1}{x-2}$,
 - c) $y = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}}$.
4. Построить графики функций:
 - a) $y = (x - 2)^3$ b) $y = \sqrt{x + 1}$
 - c) $y = \frac{2}{x+2}$ e) $y = \sqrt{x + 1}$
 - d) $y = x^3 - 2$. f) $y = \frac{2}{x} + 2$
5. Построить графики функций:
 - a) $y = |x^3 - 2|$
 - b) $y = -x^2 + 1$
 - c) $y = (|x|)^3$
 - d) $y = -\sqrt{x}$
 - e) $y = \sqrt{-x}$.
6. Построить графики функций:
 $y = |x^2 - 3|x||$
 $y = ||x|^3 + 1|$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №7,8

Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.

Задание для самостоятельной работы

1. Вычислить пределы функций:

1 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 7x - 18}$	2 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 - 8x + 4}$	3 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x^2 - 1}$
4 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{x^2 - 25}$	5 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 15}$	6 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x^2 - 7x - 15}{x^2 - 2x - 15}$
7 $\lim_{x \rightarrow -1,5} \frac{2x^2 - 7x - 15}{-2x^2 + x + 6}$	8 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{3x^2 + 11x - 4}{x^2 + 2x - 8}$	9 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x^2 + 11x - 4}{3x^2 - 4x + 1}$
10 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 5x - 12}{x^2 + 2x - 8}$	11 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{2x^2 - 7x - 15}$	12 $\lim_{x \rightarrow -9} \frac{(x+9)^2}{x^2 + 7x - 18}$
13 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)^2}{2x^2 - 7x - 15}$	14 $\lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{2x^2 + 7x - 4}{2x^2 + 5x - 3}$	15 $\lim_{x \rightarrow -9} \frac{x^2 - 81}{x^2 + 7x - 18}$
16 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{2x^2 + 5x - 3}$	17 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 2x - 8}$	18 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 36}{x^2 - 3x - 18}$
19 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{3x^2 + 11x - 4}{x^2 - 16}$	20 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-6)^2}{x^2 - 3x - 18}$	21 $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 - 49}{x^2 + 6x - 7}$
22 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x^2 - 22x + 24}{x^2 - 3x - 18}$	23 $\lim_{x \rightarrow -4,5} \frac{2x^2 + 3x - 27}{2x^2 + 11x + 9}$	24 $\lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{2x^2 + 13x - 7}{2x^2 + 7x - 4}$

2. Вычислить пределы функций:

1 $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6}{x^2 - 9} - \frac{1}{x - 3} \right)$	2 $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{8}{x^2 - 16} - \frac{1}{x - 4} \right)$	3 $\lim_{x \rightarrow 6} \left(\frac{12}{x^2 - 36} - \frac{1}{x - 6} \right)$
4 $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{16}{x^2 - 64} - \frac{1}{x - 8} \right)$	5 $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{10}{x^2 - 25} - \frac{1}{x - 5} \right)$	6 $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{18}{x^2 - 81} - \frac{1}{x - 9} \right)$
7 $\lim_{x \rightarrow 1,5} \left(\frac{6}{4x^2 - 9} - \frac{1}{2x - 3} \right)$	8 $\lim_{x \rightarrow 0,5} \left(\frac{2}{4x^2 - 1} - \frac{1}{2x - 1} \right)$	9 $\lim_{x \rightarrow \frac{4}{3}} \left(\frac{8}{9x^2 - 16} - \frac{1}{3x - 4} \right)$

10 $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \left(\frac{4}{9x^2 - 4} - \frac{1}{3x - 2} \right)$	11 $\lim_{x \rightarrow 2,5} \left(\frac{10}{4x^2 - 25} - \frac{1}{2x - 5} \right)$	12 $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{3}} \left(\frac{10}{9x^2 - 25} - \frac{1}{3x - 5} \right)$
13 $\lim_{x \rightarrow \frac{8}{3}} \left(\frac{16}{9x^2 - 64} - \frac{1}{3x - 8} \right)$	14 $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{8}} \left(\frac{10}{64x^2 - 25} - \frac{1}{8x - 5} \right)$	15 $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{8}} \left(\frac{6}{64x^2 - 9} - \frac{1}{8x - 3} \right)$
16 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{8}} \left(\frac{2}{64x^2 - 1} - \frac{1}{8x - 1} \right)$	17 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left(\frac{2}{9x^2 - 1} - \frac{1}{3x - 1} \right)$	18 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{5}} \left(\frac{2}{25x^2 - 1} - \frac{1}{5x - 1} \right)$
19 $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{5}} \left(\frac{4}{25x^2 - 4} - \frac{1}{5x - 2} \right)$	20 $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{5}} \left(\frac{6}{25x^2 - 9} - \frac{1}{5x - 3} \right)$	21 $\lim_{x \rightarrow \frac{4}{5}} \left(\frac{8}{25x^2 - 16} - \frac{1}{5x - 4} \right)$
22 $\lim_{x \rightarrow \frac{7}{5}} \left(\frac{14}{25x^2 - 49} - \frac{1}{5x - 7} \right)$	23 $\lim_{x \rightarrow \frac{8}{5}} \left(\frac{16}{25x^2 - 64} - \frac{1}{5x - 8} \right)$	24 $\lim_{x \rightarrow \frac{9}{5}} \left(\frac{18}{25x^2 - 81} - \frac{1}{5x - 9} \right)$

3. Вычислить пределы функций:

1 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{6+x}-2}$	2 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{\sqrt{12+x}-3}$	3 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{10+x}-3}$
4 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{4+x+x^2}-2}{x+1}$	5 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$	6 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{7+2x-x^2}}{x^2-2x}$
7 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x}-1}{x-1}$	8 $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{x+8}$	9 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{1-x+x^2}}{x^2-x}$
10 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{10-x}-3}$	11 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3+2x}-3}{x-3}$	12 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{3x-2}}{x-1}$
13 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2+x}-2}{x-2}$	14 $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x+4}{\sqrt{5-x}-3}$	15 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-\sqrt{10x-21}}{5x-15}$

16 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{11-x}-3}$	17 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{2-x}-1}$	18 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{\sqrt{6-x}-3}$
19 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$	20 $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-6}{2-\sqrt{x-2}}$	21 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-2x-3}{\sqrt{x+1}-2}$
22 $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{5x+2}-3}{x-5}$	23 $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+x-2}{\sqrt{x+6}-2}$	24 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{3x-5}}{x-3}$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №9,10,11,12

Вычисление производных по определению.

Вычисление производных элементарных функций.

Вычисление производных сложных функций.

- Вычислить производную по определению:
 - $f(x) = 3x + 2$;
 - $f(x) = 5x + 7$;
 - $f(x) = 3x^2 - 5x$;
 - $f(x) = -3x^2 + 2$.
- Точка движется по закону $s(t) = 1 + 3t$. Найти среднюю скорость движения за промежуток времени:
 - от $t = 1$ до $t = 4$;
 - от $t = 0,8$ до $t = 1$.
- Найти среднюю скорость движения точки на отрезке $[1; 1,2]$, если закон её движения $s = s(t)$ задан формулой:
 - $s(t) = 2t$;
 - $s(t) = t^2$.
- Найти мгновенную скорость движения точки, если:
 - $s(t) = 2t + 1$;
 - $s(t) = 2 - 3t$.

5. Найти производные, используя правила дифференцирования.

1 $y = 4x^5 - \sin 2x + 5^x$	2 $y = 5x^6 - \cos 3x + 4^x$	3 $y = 7x^3 - \operatorname{tg} 2x + 3^x$
4 $y = 2x^7 + \log_2 4x + \arccos x$	5 $y = 2x^4 - \ln 3x + \operatorname{arctg} x$	6 $y = 2x^4 - \log_5 2x + \arcsin x$
7 $y = 5x^3 - \cos 5x + 2^x$	8 $y = 2x^4 - \frac{1}{x} + \arcsin x$	9 $y = 9x^5 - \log_5 7x + \sin 4x$
10 $y = 6x^4 - \ln 4x + \operatorname{ctg} x$	11 $y = 3x^6 - \arccos 4x - \sqrt{2x}$	12 $y = 2x^5 - \operatorname{ctg} 5x + 2^x$
13 $y = 4x^5 - \arcsin 2x + 2^x$	14 $y = 5x^2 - \cos 4x + 5^x$	15 $y = 2x^6 - \cos 4x + \sqrt{4x}$
16 $y = 2x^3 + \log_3 2x + \cos x$	17 $y = 4x^2 - \ln 3x + \operatorname{arctg} x$	18 $y = 2x^2 - \lg 2x + \sin x$
19 $y = 9x^3 - \sqrt{7x} + \sin 4x$	20 $y = \sin 2x + 4x^5 - 4^x$	21 $y = 2x^5 - \operatorname{tg} 4x + \sqrt{x}$
22 $y = 12x^2 - \operatorname{ctg} 2x + 4^x$	23 $y = 7x^3 - \log_5 x + \sin 3x$	24 $y = 4x^2 - \lg x + \sqrt{3x}$
25 $y = 5x^3 - \ln 4x + \sqrt{2x}$	26 $y = \sqrt{2x} - \operatorname{ctg} 5x + 3^x$	27 $y = 3x^2 - \cos 3x - \sqrt{4x}$
28 $y = 2x^3 - \frac{1}{x} + \sin 3x$	29 $y = 2x^4 - \frac{1}{x} + \sqrt{4x}$	30 $y = 2x^5 - \frac{1}{x} + \operatorname{arctg} x$

6. Найти производные произведения функций

1 $y = (5x^3 - x) \ln 4x$	2 $y = (1 + \operatorname{tg} 2x) \cdot 4^x$	3 $y = (3x^2 - 5x - 8) \sqrt{4x}$
4 $y = \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \operatorname{arctg} x$	5 $y = (\sin 2x + 2 \cos x) 4^x$	6 $y = (x^3 - 3x^2 + 1) \ln x$
7 $y = (2x^5 - 3x - 1) \operatorname{ctg} 5x$	8 $y = (3x^2 + 5x - 1) \sqrt{2x}$	9 $y = (2x^4 + x^2 - 1) \frac{1}{x}$

10 $y = \operatorname{ctg} 5x \cdot (2^x + 3^x)$	11 $y = \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot \operatorname{arctg} x$	12 $y = (4x^2 - 3x) \ln 3x$
13 $y = (2x^3 + 7x^2 + 5) \ln 3x$	14 $y = \sin 2x (4x^5 - x^3 + x)$	15 $y = (2x^2 + 3x - 8) \sqrt{x}$
16 $y = \operatorname{tg} 2x (4x^4 - x^3 + 3x)$	17 $y = (7x^3 + 3x - 4) \log_5 x$	18 $y = (2x^5 - 5x^2 + x) \frac{1}{x}$
19 $y = \left(2x^5 - \frac{1}{x}\right) \operatorname{arcc} \operatorname{tg} x$	20 $y = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \operatorname{arctg} x$	21 $y = (3^x - 2^x) \sqrt{2x}$

7. Найти производные частных функций

1 $f(x) = \frac{x^2 - 25}{x - 5}$	2 $f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 9}$	3 $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$
4 $f(x) = \frac{\cos x}{x}$	5 $f(x) = \frac{x^3 - 27}{x - 3}$	6 $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$
7 $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x - 1}$	8 $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$	9 $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$
10 $f(x) = \frac{x + 2}{x^3 + 8}$	11 $f(x) = \frac{x + 1}{2x^2 + 7x + 5}$	12 $f(x) = \frac{x + 3}{x^2 - 9}$
13 $f(x) = \frac{x + 1}{x^3 + 1}$	14 $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2}$	15 $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$
16 $f(x) = \frac{x - 2}{x^3 - 8}$	17 $f(x) = \frac{3x^2 - 11x + 6}{x - 3}$	18 $f(x) = \frac{\cos 3x}{2x}$
19 $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 3x}$	20 $f(x) = \frac{x^2 + 6x - 7}{x + 7}$	21 $f(x) = \frac{x - 2}{3x^2 - 5x - 2}$

7. Найти производные частных функций

1 $y = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x + 4}}$	2 $y = \sqrt{(1 + \operatorname{tg} 2x) \cdot 4^x}$	3 $y = \sqrt{(2x^3 + 7x^2 + 5) \ln 3x}$
4 $y = \sqrt{2x^2 \cdot \lg 2x}$	5 $y = \sqrt{\frac{3^x + x}{x^3 + 64}}$	6 $y = \ln \left(\frac{x^2 - 3x}{x + 1} \right)$
7 $y = \left(\frac{3x^2 - 11x + 6}{x - 3} \right)^4$	8 $y = \left(\frac{\cos 3x}{2x} \right)^3$	9 $y = \sqrt{\frac{3x + 5}{2x^2 + 9x - 18}}$
10 $y = \sqrt{\frac{2^x + 5x}{2x^3 + 1}}$	11 $y = \sqrt{(5x^3 - x) \ln 4x}$	12 $y = \sqrt{(1 + \operatorname{ctg} 2x) \cdot 2^x}$

13 $y = \sqrt{\frac{\sin 5x}{3x^2}}$	14 $y = \sqrt{\frac{3x^2 - 2x}{4x + 1}}$	15 $y = \ln\left(\frac{x^2 - 4x}{x + 1}\right)$
16 $y = \ln\left(\frac{3x^2 - 2x}{4x + 1}\right)$	17 $y = \ln((2x^2 + 3x)\sqrt{x})$	18 $y = \sqrt{\frac{\cos 3x}{2x}}$
19 $y = \sqrt{(2x^2 + 3x)\arctg x}$	20 $y = \sqrt{\frac{2^x + 3x}{5x^2 + 14x - 3}}$	21 $y = \left(\frac{\ln 3x}{2x}\right)^3$
22 $y = \sqrt{\frac{\sin 2x}{5x}}$	23 $y = \sin\left(\frac{x^2 - 3x}{x + 1}\right)$	24 $y = \sqrt{(2x^5 + 7x + 5)\ln 2x}$

8. Вычислить производную сложной функции:

1 $y = \sin^3 \sqrt{2x}$	2 $y = \ln^4 \cos 5x$	3 $y = \ln^4(5x^3 - 2x + 6)$
4 $y = \operatorname{tg}^4 3x$	5 $y = \sqrt{4 \sin x^2}$	6 $y = \operatorname{ctg}^4 2x$
7 $y = \sqrt{\ln \cos 5x}$	8 $y = \ln^2 \sin 2x$	9 $y = \sqrt{\operatorname{ctg}(x^2 - 3x + 11)}$
10 $y = \ln^3 \sin 2x$	11 $y = \sqrt{\ln(5x^3 - 2x + 6)}$	12 $y = \sqrt{\operatorname{tg} 3x}$
13 $y = \sqrt{\operatorname{ctg}(3x^2 + 2x + 14)}$	14 $y = \operatorname{tg}^3(2x^2 + x + 11)$	15 $y = \ln^2 \sin 3x$
16 $y = \ln \sqrt{\cos 3x}$	17 $y = \sqrt{\ln \sin 2x}$	18 $y = \sqrt{\ln \cos 5x}$
19 $y = \operatorname{ctg}^3(x^2 - 3x + 11)$	20 $y = \ln^3 \sin 4x$	21 $y = \ln \operatorname{tg}^2 3x$

9.	<p>Найти угол между касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 и осью Ox:</p> <p>1) $f(x) = \frac{1}{3}x^3, x_0 = 1;$ 2) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 1;$</p> <p>3) $f(x) = 2\sqrt{x}, x_0 = 3;$ 4) $f(x) = \frac{18}{\sqrt{x}}, x_0 = 3;$</p> <p>5) $f(x) = e^{\frac{3x+1}{2}}, x_0 = 0;$ 6) $f(x) = \ln(2x + 1), x_0 = 2.$</p>
10.	<p>Написать уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0:</p> <p>1) $f(x) = x^2 + x + 1, x_0 = 1;$ 2) $f(x) = x - 3x^2, x_0 = 2;$</p> <p>3) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = 3;$ 4) $f(x) = \frac{1}{x}, x_0 = -2;$</p> <p>5) $f(x) = \sin x, x_0 = \frac{\pi}{4};$ 6) $f(x) = e^x, x_0 = 0;$</p> <p>7) $f(x) = \ln x, x_0 = 1;$ 8) $f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 1.$</p>

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №13

Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными.

Решение смешанных задач

Задание для самостоятельной работы

1. Найти общее решение (или общий интеграл) дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:

1. $4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx.$

2. $2x\sqrt{1-y^2} \cdot dx + y \cdot dy = 0.$

3. $6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$

4. $x \cdot (1 + y^2) + y \cdot y' \cdot (1 + x^2) = 0.$

5. $\sqrt{3 + y^2} \cdot dx - y \cdot dy = x^2 \cdot y \cdot dy.$

6. $(y^2 + x \cdot y^2) + (x^2 - y \cdot x^2) \cdot y' = 0.$

7. $(e^{3x} + 7) \cdot dy + y \cdot e^{3x} \cdot dx = 0.$

8. $y' \cdot y \cdot \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0.$

9. $6xdx - 6ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx.$

10. $y' = e^{x-y}.$

11. $y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0.$

12. $\sqrt{4-x^2} \cdot y' + xy^2 + x = 0.$

13. $y' \cdot \operatorname{tg} x - y = 1.$

14. $x\sqrt{4-y^2} \cdot dx + y \cdot \sqrt{1-x^2} \cdot dy = 0.$

15. $(e^x + 8) \cdot dy - ye^x \cdot dx = 0.$

16. $e^y \cdot \left(1 + \frac{dy}{dx}\right) = 1.$

17. $6xdx - ydy = yx^2 dy - 3xy^2 dx.$

18. $y \ln y + xy' = 0.$

19. $(1 + e^x) \cdot y' = ye^x.$

20. $y' = 10^{y+x}.$

21. $y(1 + \ln y) + xy' = 0.$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №14

Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

Задание для самостоятельной работы

1. Найти: а) решение задачи Коши для линейного дифференциального уравнения первого порядка. б) решение уравнения Бернулли, удовлетворяющее за данному начальному условию.

- | | |
|--|---|
| 1. а) $y' - \frac{y}{x} = x^2$, | $y(1) = 0$; |
| б) $\frac{dy}{dx} + xy = (1+x) \cdot e^{-x} \cdot y^2$, | $y(0) = 1$. |
| 2. а) $y' - y \cdot \operatorname{ctg} x = 2x \cdot \sin x$, | $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$; |
| б) $xy' + y = 2y^2 \cdot \ln x$, | $y(1) = \frac{1}{2}$. |
| 3. а) $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$, | $y(0) = 0$; |
| б) $2(xy' + y) = xy^2$, | $y(1) = 2$. |
| 4. а) $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \cos^2 x$, | $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$; |
| б) $\frac{dy}{dx} + 4x^3 y = 4(1+x^3) \cdot e^{-4x} \cdot y^2$, | $y(0) = 1$. |
| 5. а) $y' + 2xy = 3x^2 \cdot e^{-x^2}$, | $y(0) = 0$; |
| б) $x \cdot \frac{dy}{dx} + y = y^2 \cdot \ln x$, | $y(1) = \frac{1}{2}$. |
| 6. а) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x+1} + (1+x) \cdot e^x$, | $y(0) = 1$; |
| б) $2(y + xy') = (1+x) e^{-x} y^2$, | $y(0) = 2$. |
| 7. а) $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = x \cdot \sin x$, | $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$; |
| б) $3(xy' + y) = y^2 \cdot \ln x$, | $y(1) = 3$. |
| 8. а) $y' + \frac{1}{x} y - \sin x = 0$, | $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$; |
| б) $2y' + y \cos x = y^{-1} \cdot \cos x \cdot (1 + \sin x)$, | $y(0) = 1$. |
| 9. а) $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} + x^2$, | $y(1) = 1$; |
| б) $y' + 4x^3 y = 4y^2 \cdot e^{4x} \cdot (1 - x^3)$, | $y(0) = -1$. |

10. а) $y' + \frac{2xy}{1+x^2} = \frac{2x^2}{1+x^2},$ $y(0) = \frac{2}{3};$
 б) $3\frac{dy}{dx} + 2xy = \frac{2x}{y^2} \cdot e^{-2x^2},$ $y(0) = -1.$
11. а) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x-5}{x^2} \cdot y + 5,$ $y(2) = 4;$
 б) $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3) \cdot y^3,$ $y(1) = \frac{1}{\sqrt{2}};$
12. а) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{(x+1)e^x}{x},$ $y(1) = e;$
 б) $2y' + 3y \cos x = e^{2x} (2 + 3 \cos x) \cdot \frac{1}{y},$ $y(0) = 1.$
13. а) $y' = \frac{y}{x} - \frac{2 \ln x}{x},$ $y(1) = 1;$
 б) $3(xy' + y) = xy^2,$ $y(1) = 3.$
14. а) $y' - \frac{1}{x} \cdot y = -\frac{12}{x^3},$ $y(1) = 4;$
 б) $\frac{dy}{dx} - y = 2xy^2,$ $y(0) = \frac{1}{2}.$
15. а) $\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x} = x^3,$ $y(1) = -\frac{5}{6};$
 б) $3xy' + 5y = (4x - 5) \cdot y^4,$ $y(1) = 1.$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №15

Решение смешанных задач

1. Показать, что данные дифференциальные уравнения являются однородными и решить их.

$$1. \quad x^2 y' = y^2 + 4xy + 2x^2. \quad 2. \quad y' = \sqrt{1 - \frac{y^2}{x^2}} + \frac{y}{x}.$$

$$3. \quad y' = \frac{x + 8y}{8x + y}. \quad 4. \quad xy' = \frac{3y^3 + 2x^2 y}{2y^2 + x^2}.$$

$$5. \quad x \cdot y \cdot y' = x^2 - y^2. \quad 6. \quad xy' = \frac{4x^2 y + 3y^3}{2x^2 + 2y^2}.$$

$$7. \quad y' = \frac{2y + x}{2x - y}. \quad 8. \quad xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$9. \quad xy' = y + 3x \cdot \sin \frac{y}{x}. \quad 10. \quad xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}.$$

$$11. \quad y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}. \quad 12. \quad x \cdot y' + y \cdot \ln \frac{2y}{x} = 0.$$

$$13. \quad x \cdot y \cdot y' = 2x^2 + y^2. \quad 14. \quad x \cdot y \cdot \frac{dy}{dx} + x^2 = 2y^2.$$

$$15. \quad y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}. \quad 16. \quad xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$17. \quad x \cdot y' = y - x \cdot e^{\frac{y}{x}}. \quad 18. \quad y'x = \frac{10x^2 y + 3y^3}{5x^2 + 2y^2}.$$

$$19. \quad y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}. \quad 20. \quad xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$$

$$21. \quad x^2 y' = y^2 + 12x^2 + 8xy. \quad 22. \quad xy' = \frac{12x^2 y + 3y^3}{2y^2 + 6x^2}.$$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №16

Непосредственное интегрирование

Найдите интегралы:

1. $\int x^5 dx$;
2. $\int \frac{dx}{3-x^2}$;
3. $\int \left(\frac{5}{\sqrt{x}} - \sqrt[3]{x^2} \right) dx$;
4. $\int 2^x \cdot e^x dx$;
5. $\int \frac{dx}{16x^2+9}$;
6. $\int (x^2+1)(x-2)dx$;
7. $\int \operatorname{tg}^2 x dx$;
8. $\int \sin^2 \frac{x}{2} dx$;
9. $\int \frac{3 \cdot 4^x + 4 \cdot 3^x}{3^x} dx$;
10. $\int \frac{(2+x)^3}{x} dx$;
11. $\int \frac{1+2x^2}{x^2(1+x^2)} dx$.

Задачи для самостоятельного решения

Вычислите интеграл

1 вариант

1 $\int (x^3 - 3x^2 + \frac{6}{\sqrt{x}} - 9\sqrt{x}) dx$	2 $\int (9+x^2) \cdot (x^3-3) dx$	3 $\int \left(\frac{1}{9+x^2} - 5^x + 2\sin x \right) dx$
4 $\int (6x - x^2) \cdot (x^2 - 9x) dx$	5 $\int (8-x^2) \cdot (x^2+2x) dx$	6 $\int \left(\frac{1}{9-x^2} - 3^x + 3\cos x \right) dx$
7 $\int \left(\frac{4}{x^3} - \sqrt[5]{x^2} + \frac{1}{4}x^4 + x \right) dx$	8 $\int \left(\frac{12}{x^5} + \frac{1}{2}\sqrt{x} + 3x - 1 \right) dx$	9 $\int \left(\frac{1}{\sqrt{25+x^2}} - 5^x + 3\sin x \right) dx$
10 $\int (9+2x^2) \cdot (x^3-4x) dx$	11 $\int \left(\frac{1}{\sqrt{25-x^2}} - 2\sin x + e^x \right) dx$	12 $\int \left(\frac{3}{\sqrt{3x^2-12}} - e^x + \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx$
13 $\int \left(\frac{5}{x^6} + \sqrt[5]{x^2} + 5x^4 + 1 \right) dx$	14 $\int \left(\sqrt[5]{x} + \frac{5}{x^4} + 6x^5 + 1 \right) dx$	15 $\int \left(3x^5 - \frac{6}{x^2} + x - 7 \right) dx$

2 вариант

16 $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x^2-16}} - e^x + \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx$	17 $\int \left(\frac{1}{\sqrt{5x^2-5}} - 4^x + \frac{7}{\cos^2 x} \right) dx$	18 $\int \left(\frac{1}{\sqrt{16+x^2}} - 7^x + \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx$
19 $\int \left(\frac{3}{x^7} + 6\sqrt[5]{x} + 8x^3 + 5 \right) dx$	20 $\int \left(\frac{8}{x^3} - \sqrt[5]{x^2} - 10x^4 + x \right) dx$	21 $\int \left(\frac{1}{\sqrt{36+x^2}} - 2^x + \sin x \right) dx$
22 $\int (6x+2x^3) \cdot (12-x) dx$	23 $\int (6-2x)(x^4-5) dx$	24 $\int \left(\sqrt[4]{x} + \frac{9}{x^4} - 6x^2 + 2 \right) dx$
25 $\int (1-6x^2) \cdot (x^3+1) dx$	26 $\int \left(9x^2 - \frac{1}{x^2} + 6\sqrt{x} + 1 \right) dx$	27 $\int \left(7x^6 - \frac{5}{x} + \sqrt[5]{x} + 2 \right) dx$
28 $\int \left(12x^5 - \frac{4}{x^3} + 8\sqrt[5]{x} - 7x \right) dx$	29 $\int \left(16x^7 - \frac{8}{x^5} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3 \right) dx$	30 $\int \left(32x^5 - \frac{6}{x^4} + \frac{5}{\sqrt[5]{x}} - 7x \right) dx$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №17

Интегрирование способом подстановки.

Найдите интегралы:

1. $\int \cos \frac{2}{x} \frac{dx}{x^2};$
2. $\int \frac{e^{3x} dx}{1+e^{6x}};$
3. $\int \frac{x^2 dx}{\cos^2(x^3)};$
4. $\int \frac{e^{\arctg x} dx}{1+x^2};$
5. $\int \frac{\ln x}{x} dx;$
6. $\int \frac{dx}{\cos^2 x(1+3\operatorname{tg} x)};$
7. $\int x \cdot 8^{2-3x^2} dx;$
8. $\int \frac{e^x dx}{e^x + 2};$
9. $\int \frac{x-1}{\sqrt{7-9x^2}} dx$

Задачи для самостоятельного решения

1 вариант

1 $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx$	2 $\int \cos x \sin^4 x dx$	3 $\int \frac{x^2 dx}{(x^2 + 13)^4}$
4 $\int 2x\sqrt{x^2 + 1} dx$	5 $\int \frac{18x^2 dx}{(6x^3 - 1)^3}$	6 $\int \frac{3x^2 dx}{(6x^3 + 5)^7} dx$
7 $\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x}$	8 $\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx$	9 $\int \frac{\sin x dx}{1+\cos^2 x}$
10 $\int \frac{e^{4x}}{5+2e^{4x}} dx$	11 $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^5 x} dx$	12 $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$
13 $\int \frac{\sin x dx}{1 + \cos x}$	14 $\int \sqrt[4]{1-6x^5} x^4 dx$	15 $\int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx$

2 вариант

16 $\int \frac{\cos 3x}{\sqrt[3]{3+5\sin 3x}} dx$	17 $\int \sqrt{3+\cos 5x} \sin 5x dx$	18 $\int \frac{2x-3}{x^2-4} dx$
19 $\int \frac{e^{-x}}{e^{-2x}+2} dx$	20 $\int \frac{1+x}{x^2+2x-5} dx$	21 $\int \frac{x^6}{x^{14}+5} dx$
22 $\int \frac{1+2x}{x^2+x-5} dx$	23 $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$	24 $\int \frac{x^2}{(x^2+5)^3} dx$
25 $\int \frac{x^7}{\sqrt{x^{16}+9}} dx$	26 $\int \frac{x^5}{\sqrt{x^{12}-16}} dx$	27 $\int \sqrt[5]{1-6x^3} x^2 dx$
28 $\int \sqrt[4]{2x^3-3} x^2 dx$	29 $\int \sqrt{2+\cos 3x} \sin 2x dx$	30 $\int \frac{e^{\operatorname{ctg} x}}{\sin^2 x} dx$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие №18

Интегрирование по частям.

Найдите интегралы:

1. $\int x e^{5x} dx$;
2. $\int x \cos 2x dx$;
3. $\int e^{\sqrt{x}} dx$;
4. $\int x^3 \sin x^2 dx$;
5. $\int \arccos 2x dx$;
6. $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$;
7. $\int e^x \sin 3x dx$;
8. $\int \cos(\ln x) dx$.

Задачи для самостоятельного решения

1 вариант

1 $\int \arcsin x dx$	2 $\int x \ln 3x dx$	3 $\int (4x^3 + 6x - 7) \ln x dx$
4 $\int x^2 \cos x dx$	5 $\int x \arctg x dx$	6 $\int x^3 \sin x^2 dx$
7 $\int \ln^2 x dx$	8 $\int x^2 \sin x dx$	9 $\int (x+2) \sin 5x dx$
10 $\int \frac{xdx}{\sin^2 3x}$	11 $\int \ln x dx$	12 $\int (x+1) \cos 3x dx$
13 $\int x \sin x dx$	14 $\int x \cos x dx$	15 $\int x^2 \arctg x dx$

2 вариант

16 $\int x^2 e^x dx$	17 $\int \ln \frac{x}{2} dx$	18 $\int (x+1) e^x dx$
19 $\int x \cos 3x dx$	20 $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$	21 $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$
22 $\int x \ln x dx$	23 $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$	24 $\int \frac{\ln x dx}{x^3}$
25 $\int \frac{xdx}{\cos^2 5x}$	26 $\int x \sin 2x dx$	27 $\int x \arctg 4x dx$
28 $\int x \cos \frac{x}{3} dx$	29 $\int (3x-5) \ln x dx$	30 $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие № 19

Вычисление площадей фигур с помощью определенного интеграла.

Задачи для самостоятельного решения

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1 вариант

$$1 \quad \begin{aligned} y &= 2 \sin x, y = 0 \\ x &= 0; x = \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$2 \quad \begin{aligned} y &= 8 + 2x - x^2 \\ y &= x + 6 \end{aligned}$$

$$3 \quad \begin{aligned} y &= -x^2 + 5 \\ y &= x + 3 \end{aligned}$$

$$4 \quad \begin{aligned} y^2 &= 4x \\ x^2 &= 4y \end{aligned}$$

$$5 \quad \begin{aligned} x - 2y + 4 &= 0 \\ 3x + 2y - 12 &= 0 \text{ и } y = 0 \end{aligned}$$

$$6 \quad \begin{aligned} y &= 2x^2 - 1 \\ y &= x^2 \end{aligned}$$

2 вариант

$$7 \quad \begin{aligned} x + y - 5 &= 0 \\ x - 2y + 4 &= 0 \text{ и } y = 0 \end{aligned}$$

$$8 \quad \begin{aligned} y &= -x^2 - 1 \\ x &= 1; x = 4; y = 0 \end{aligned}$$

$$9 \quad \begin{aligned} y &= \frac{1}{x}; y = x^2 \\ 1 &\leq x \leq e \end{aligned}$$

$$10 \quad \begin{aligned} y &= x^2 - 6x \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$11 \quad \begin{aligned} y &= x^2 + 6x + 5 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$12 \quad \begin{aligned} xy &= 6 \\ x + y - 7 &= 0 \end{aligned}$$

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие № 20

Окружность и эллипс. Уравнения.

Задачи для самостоятельного решения

Окружность

1. Написать уравнение окружности, если центр её находится в точке $C(1;3)$ и окружность проходит через точку $M(-4;5)$.
2. Найти координаты центра и радиус окружности $x^2 + y^2 + 5y - 2 = 0$.
3. Найти уравнение окружности, если концы одного из её диаметров имеют координаты $(2;-4)$ и $(-6;2)$. Лежат ли на этой окружности точки $A(2;-1)$, $B(-3;4)$, $C(-2;4)$?
4. Определить расстояние между центрами окружностей $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 3 = 0$ и $x^2 + y^2 + 2x = 0$.
5. Найти точки пересечения окружности $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 20$ с осями координат.
6. Найти точки пересечения окружности $x^2 + y^2 = 5$ с прямой $3x - y + 1 = 0$.
7. Составить уравнение окружности, касающейся оси Ox в точке $(6;0)$ и проходящей через точку $(9;9)$.
8. Найти центр и радиус окружности, описанной около треугольника с вершинами $A(0;2)$, $B(1;1)$, $C(2;-2)$.

Эллипс

1. Дано уравнение эллипса $51x^2 + 100y^2 = 5100$.
Найти: а) длины его полуосей; б) координаты фокусов; в) эксцентриситет; г) точки эллипса, расстояние от которых до левого фокуса равно 17.
2. Составить каноническое уравнение эллипса, фокусы которого расположены на оси Ox , симметрично относительно начала координат, если а) $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$ и $\varepsilon = 0,8$; б) большая ось равна 14 и $\varepsilon = \frac{2}{3}$; в) эллипс проходит через точки $A(6;4)$ и $B(8;3)$.
3. Показать, что уравнение $4x^2 + 3y^2 - 8x + 12y - 32 = 0$ определяет эллипс, найти его полуоси, координаты центра, эксцентриситет. Сделать чертёж.

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие № 21

Гипербола и парабола. Уравнения

Задачи для самостоятельного решения

Гипербола

1. Дано уравнение гиперболы $25x^2 - 4y^2 = 100$. Найти расстояние между её фокусами, эксцентриситет, уравнения асимптот, координаты вершин.
2. Найти каноническое уравнение гиперболы, если известно, что:
 - а) расстояние между вершинами равно 4 и гипербола проходит через точку $(3; \frac{\sqrt{5}}{2})$;
 - б) действительная полуось равна 3, расстояние между фокусами равно 10;
 - в) мнимая полуось равна 3 и эксцентриситет $\varepsilon = \frac{5}{4}$;
 - г) уравнения асимптот $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ и гипербола проходит через точку $(-4; -2)$.

Парабола

1. Составьте уравнение параболы с вершиной в начале координат, если её фокус находится в точке: а) $F(5;0)$, б) $F(-4;0)$, в) $F(0;2)$, г) $F(0;-3)$.
2. Составьте уравнение параболы с вершиной в начале координат, если её директрисой служит прямая: а) $x=-2$; б) $x=3$; в) $y=-4$; г) $y=1$.
3. Составьте уравнение параболы с вершиной в начале координат, симметричной относительно а) оси Ox и проходящей через точку $M(-4;2)$; б) оси Oy и проходящей через точку $M(-3;1)$.

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие № 22

Решение смешанных задач

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти величину отрезка b , отсекаемого прямой $5x - 3y - 12 = 0$ на оси Oy , и её угловой коэффициент.
2. Найти уравнение прямой, проходящей через точки $M_1(2;-1)$ и $M_2(-1;8)$.
3. Найти координаты точки пересечения прямой $2x - y + 2 = 0$ с осями координат.
4. Диагонали ромба, равные 8 и 6 единиц длины, приняты соответственно за оси координат Ox и Oy . Составить уравнение прямой, проходящей через вершину B перпендикулярно стороне BC .
5. Проверить, лежат ли на одной прямой три данные точки: а) $A(1;2)$, $B(2;4)$, $C(3;6)$ и б) $D(2;3)$, $E(-2;1)$, $F(3;4)$.
6. Построить прямые а) $y = \frac{x}{2}$; б) $y = 3x - 2$; в) $y = 5$; г) $2x - 16 = 0$; д) $2x + 3y + 6 = 0$.
7. Дан треугольник с вершинами $A(0;5)$, $B(3;1)$, $C(-6;-3)$. Составить уравнения: медианы CE , биссектрисы AD , найти точку их пересечения и угол между ними.

Критерии оценивания практической работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие № 23,24

Действия над комплексными числами в алгебраической форме.

Переход от одной формы комплексного числа к другой.

1 Даны числа z_1 и z_2 . Выполнить следующие действия над комплексными числами в алгебраической форме: а) $z_1 + z_2$; б) $z_1 - z_2$; в) $z_1 \cdot z_2$; г) z_1 / z_2 ;

д) $(z_1 + 3)z_2 + \frac{z_1 \cdot i}{z_2 - 4i} - 2$

2 Выполнить действия над числами в тригонометрической форме: а) $z_1 \cdot z_2$; б) z_1 / z_2 ; в) z_2^6 .

3 Выполнить действия в тригонометрической форме и представить результат в тригонометрической, алгебраической и показательной формах

4 Найти значения корней

1 задание

1 вариант	2 вариант
1. $z_1 = 3 + 2i, z_2 = -1 + 5i$	$z_1 = -3 - 2i, z_2 = 1 + i$
2. $z_1 = 1 + 3i, z_2 = -2 + 4i$	$z_1 = 6 + i, z_2 = 1 + 2i$
3. $z_1 = -2 + i, z_2 = 4 + i$	$z_1 = -2 + 2i, z_2 = 1 + 3i$
4. $z_1 = -2 + 2i, z_2 = 1 + 3i$	$z_1 = 4 + i, z_2 = -1 + 6i$
5. $z_1 = 5 + i, z_2 = -1 - i$	$z_1 = -1 + 5i, z_2 = 2 + i$

2 задание

1 вариант

1. $z_1 = 8(\cos 55^\circ + \sin 55^\circ), z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ),$
2. $z_1 = 5(\cos 48^\circ + \sin 48^\circ), z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ),$
3. $z_1 = 3(\cos 70^\circ + \sin 70^\circ), z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ),$
4. $z_1 = 10(\cos 105^\circ + \sin 105^\circ), z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ),$
5. $z_1 = 12(\cos 145^\circ + \sin 145^\circ), z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ),$

2 вариант

1. $z_1 = 7(\cos 255^\circ + \sin 255^\circ), z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ),$
2. $z_1 = 9(\cos 168^\circ + \sin 168^\circ), z_2 = 2(\cos 12^\circ + \sin 12^\circ),$
3. $z_1 = 6(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ), z_2 = 2(\cos 20^\circ + \sin 20^\circ),$
4. $z_1 = 3(\cos 40^\circ + \sin 40^\circ), z_2 = 2(\cos 5^\circ + \sin 5^\circ),$
5. $z_1 = 10(\cos 75^\circ + \sin 75^\circ), z_2 = 2(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ),$

3 задание

1 вариант

$$1 \left(\frac{0,5 - i \cdot 0,5\sqrt{3}}{0,5\sqrt{3} - i \cdot 0,5} \right)^3$$

$$2 \left(2 + \sqrt{12}i \right)^5$$

$$3 \left[(\sqrt{3} - i)(-1 + i) \right]^4$$

2 вариант

$$1 \left(\frac{1 - i}{-2 - 2i} \right)^{-4}$$

$$2 \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - i} \right)^{-3}$$

$$3 \left(\frac{2\sqrt{3} - 2i}{\sqrt{3} + i} \right)^3$$

4 задание

1 вариант	2 вариант
1 $\sqrt[4]{i}$	1 $\sqrt[4]{16i}$
2 $\sqrt[4]{-i}$	2 $\sqrt[4]{-16i}$
3 $\sqrt[3]{-i}$	3 $\sqrt{16i}$
4 $\sqrt[3]{-1}$	4 $\sqrt[3]{-8i}$

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Практическое занятие № 25

Составление программ для машины Тьюринга

Описание и принцип работы

Машина Тьюринга состоит из бесконечной в обе стороны *ленты*, разделённой на ячейки, и *каретки*, которая управляется программой. Каждая ячейка ленты может содержать один символ или быть пустой. В каждый момент времени каретка обозревает одну ячейку ленты.

Пусть задан *внешний алфавит* $A = \{\lambda, a_1, a_2, \dots\}$ и *внутренний алфавит* $Q = \{q_0, q_1, q_2, \dots\}$, элементы которого будем называть *внутренними состояниями* каретки. Символ λ называется *пустым символом* и является обязательным элементом внешнего алфавита. Состояния q_0 и q_1 называются *терминальным (завершающим)* и *начальным* состояниями соответственно и являются обязательными внутренними состояниями каретки.

Любая *команда* для каретки является словом алфавита $A \cup Q \cup \{R, L, E\}$ и имеет один из следующих видов:

$$aRq, \quad aLq, \quad aEq,$$

где $a \in A$, $q \in Q$. Команда aRq означает, что каретка должна вписать в обозреваемую ячейку символ a , переместиться на одну ячейку вправо и перейти в состояние q . Аналогичным образом интерпретируются команды aLq и aEq , где каретка должна переместиться на одну ячейку влево и остаться на месте соответственно.

Программу для машины Тьюринга будем записывать в виде таблицы, в ячейках которой записаны команды для каретки (Таблица 1).

Таблица 1

Программа для машины Тьюринга

	λ	a_1	a_2	...
q_1	команда	команда	команда	...
q_2	команда	команда	команда	...
q_3	команда	команда	команда	...
...

Символ, который находится в определённый момент времени в обозреваемой кареткой ячейке, называется *считываемым*. Внутреннее состояние каретки, в котором она находится в этот момент времени, называется *текущим*. Команда, которую должна выполнить каретка, находится в таблице на пересечении столбца со считываемым символом и строки с текущим состоянием.

По умолчанию все ячейки ленты пусты, т.е. содержат символ λ . Подготовка к «запуску» машины Тьюринга состоит из следующих шагов:

1. В ячейки ленты записываются символы алфавита A .
2. Задаётся положение каретки.

В начальный момент времени каретка находится в состоянии q_1 , после чего начинается последовательное выполнение команд.

Примеры

По умолчанию будем считать, что каретка обозревает крайнюю слева непустую ячейку, если в задаче не сказано противное. Так как мы не работаем с бесконечными словами, такая ячейка всегда существует.

Пример 1. Напишем программу для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию $f(x) = x + 1$ в унарной системе счисления.

Число x отличается от числа $x + 1$ количеством единиц. Следовательно, достаточно дописать с какого-нибудь конца данного слова одну единицу. Так как в начальный момент времени каретка обозревает крайнюю левую единицу записанного числа x , то удобнее сдвинуться влево на одну ячейку и вписать единицу туда:

$$\underbrace{11 \dots 1}_{x+1} \vdash 1 \underbrace{11 \dots 1}_{x+1}.$$

Таблица 2

Программа для примера 1

	λ	1
q_1	$1Eq_0$	$1Lq_1$

Символ, который находится в определённый момент времени в обозреваемой кареткой ячейке, называется *считываемым*. Внутреннее состояние каретки, в котором она находится в этот момент времени, называется *текущим*. Команда, которую должна выполнить каретка, находится в таблице на пересечении столбца со считываемым символом и строки с текущим состоянием.

Пример 2. Напишем программу для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию $f(x, y) = x + y$ в унарной системе счисления. Числа x и y записаны в указанном порядке и отделены друг от друга символом $+$.

Опишем логику работы машины. Изначально на ленте записано два слова из $x + 1$ и $y + 1$ единиц, разделённые $+$. Если заменить разделительный $+$ на единицу, то получится слово из $x + y + 3$ единиц. Число $x + y$ записывается словом из $x + y + 1$ единиц, т.е. две единицы необходимо стереть. Так как число x может быть равно 0, то в начале стирать две единицы подряд нельзя – мы можем попасть на $+$, что повлечёт выполнение других команд. Можно обойти эту ситуацию, сделав ветвление условий. Но гораздо проще стереть одну единицу в начале и одну единицу в конце (или две единицы в конце):

$$\underbrace{11 \dots 1}_{x+1} + \underbrace{1 \dots 11}_{y+1} \vdash \underbrace{1 \dots 1}_x + \underbrace{1 \dots 11}_{y+1} \vdash \underbrace{1 \dots 1}_x 1 \underbrace{1 \dots 11}_{y+1} \vdash \underbrace{1 \dots 1}_x 1 \underbrace{1 \dots 1}_y.$$

Таблица 3

Программа для примера 2

	λ	1	+
q_1		$\lambda R q_2$	
q_2	$\lambda L q_3$	$1 R q_2$	$1 R q_2$
q_3		$\lambda E q_0$	

В таблице некоторые ячейки пусты. Это можно объяснить тем, что ситуации, в которых потребуется команда из этих ячеек, недостижимы.

Пример 3. Напишем программу для машины Тьюринга, которая вычисляет функцию $f(x) = 3x$ в унарной системе счисления.

Решить задачу можно следующим образом. В начальный момент времени на ленте находится слово из $x + 1$ единиц. Заменим первую единицу на $*$, оставив тем самым x единиц. Уйдём в правый конец набора единиц. Организуем цикл: на каждую записанную справа от звёздочки единицу допишем три новые единицы слева от звёздочки.

В цикле будет происходить следующее:

- 1) удалим крайнюю справа единицу,
- 2) пройдем влево все оставшиеся единицы,
- 3) пройдем звездочку,
- 4) пройдем влево все новые единицы,
- 5) допишем три единицы в начало,
- 6) вернемся в правый конец.

Выход из цикла произойдет тогда, когда кончатся единицы справа от звездочки. Заменяем звездочку обратно на единицу. На ленте окажется слово из $3x + 1$ единиц, что и требовалось получить:

$$\begin{array}{c} \underbrace{11 \dots 11}_{x+1} \vdash * \underbrace{1 \dots 11}_x \vdash 111 * \underbrace{1 \dots 1}_{x-1} \vdash \\ \vdash 111111 * \underbrace{1 \dots 1}_{x-2} \vdash \dots \vdash \underbrace{1 \dots 1}_{3x} * \vdash \underbrace{1 \dots 1}_{3x} 1. \end{array}$$

Таблица 4

Программа для примера 3

	λ	1	*
q_1		$* Rq_2$	
q_2	λLq_3	$1Rq_2$	
q_3		λLq_4	$1Eq_0$
q_4	$1Lq_5$	$1Lq_4$	$* Lq_4$
q_5	$1Lq_6$		
q_6	$1Rq_7$		
q_7	λLq_3	$1Rq_7$	$* Rq_7$

Задания

Задание 1. Машина Тьюринга с внешним алфавитом $A = \{\lambda, 1\}$ и множеством внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_{13}\}$ определяется следующей программой:

Программа для задания 1

	λ	1
q_1	λLq_2	$1Eq_0$
q_2	λEq_5	λEq_3
q_3	λLq_4	$1Eq_0$
q_4	$1Eq_5$	$1Lq_4$
q_5	λEq_0	$1Lq_6$
q_6	λEq_0	λEq_7
q_7	λRq_8	$1Eq_0$
q_8	$1Eq_9$	$1Rq_8$
q_9	λEq_0	$1Lq_{10}$
q_{10}	λEq_0	λEq_{11}
q_{11}	λLq_{12}	$1Eq_0$
q_{12}	$1Eq_{13}$	$1Lq_{12}$
q_{13}	λEq_0	$1Eq_0$

Изображая на каждом такте работы машины получающуюся конфигурацию, определите, в какое слово перерабатывает машина данное слово. В начальный момент времени каретка обозревает крайнюю справа ячейку (с λ).

- | | |
|---|--|
| 1. $\lambda 11\lambda 111\lambda 1\lambda$ | 8. $\lambda 11\lambda 1\lambda 11\lambda 1\lambda$ |
| 2. $\lambda 1\lambda 11\lambda 111\lambda$ | 9. $\lambda 1\lambda 1111\lambda 11\lambda$ |
| 3. $\lambda 1\lambda 1111\lambda 1\lambda$ | 10. $\lambda 11111\lambda 1\lambda$ |
| 4. $\lambda 1\lambda 1\lambda 1111\lambda$ | 11. $\lambda 11\lambda 11111\lambda$ |
| 5. $\lambda 111\lambda 1\lambda 11111\lambda$ | 12. $\lambda 1\lambda 1\lambda 1\lambda 1\lambda 1\lambda$ |
| 6. $\lambda 111\lambda 111\lambda 111\lambda$ | 13. $\lambda 111\lambda 11\lambda 1\lambda$ |
| 7. $\lambda 111\lambda 1111\lambda$ | 14. $\lambda 11111\lambda 1\lambda$ |
| 15. $\lambda 111\lambda 11\lambda$ | 33. $\lambda 111\lambda 11\lambda 1\lambda$ |
| 16. $\lambda 111\lambda 1\lambda 11\lambda$ | 34. $\lambda 11111\lambda 1\lambda$ |
| 17. $\lambda 11\lambda 1111\lambda$ | 35. $\lambda 11\lambda 11111\lambda$ |
| 18. $\lambda 11\lambda 11\lambda 1\lambda$ | 36. $\lambda 111\lambda 1\lambda 11111\lambda$ |
| 19. $\lambda 111\lambda 11\lambda 11\lambda$ | 37. $\lambda 11\lambda 1\lambda 11\lambda 1\lambda$ |
| 20. $\lambda 11\lambda 11111\lambda 11\lambda$ | 38. $\lambda 1\lambda 1111\lambda 11\lambda$ |
| 21. $\lambda 111\lambda 1111\lambda 11\lambda$ | 39. $\lambda 11111\lambda 1\lambda$ |
| 22. $\lambda 1111\lambda 1111\lambda$ | 40. $\lambda 111\lambda 1111\lambda$ |
| 23. $\lambda 11\lambda 1111\lambda 1\lambda$ | 41. $\lambda 111\lambda 111\lambda 111\lambda$ |
| 24. $\lambda 111\lambda 111\lambda 1111\lambda$ | 42. $\lambda 1\lambda 1\lambda 1\lambda 1\lambda 1\lambda$ |
| 25. $\lambda 111\lambda 1111\lambda 111\lambda$ | 43. $\lambda 11\lambda 11\lambda 1\lambda$ |
| 26. $\lambda 111\lambda 1\lambda 11\lambda$ | 44. $\lambda 1\lambda 1111\lambda 1\lambda$ |
| 27. $\lambda 11\lambda 1111\lambda 1\lambda$ | 45. $\lambda 1\lambda 1\lambda 1111\lambda$ |
| 28. $\lambda 111\lambda 111\lambda 1111\lambda$ | 46. $\lambda 11\lambda 1111\lambda$ |
| 29. $\lambda 11\lambda 1111\lambda$ | 47. $\lambda 11\lambda 11\lambda 1\lambda$ |
| 30. $\lambda 111\lambda 11\lambda$ | 48. $\lambda 111\lambda 11\lambda 11\lambda$ |
| 31. $\lambda 11\lambda 111\lambda 1\lambda$ | 49. $\lambda 11\lambda 11111\lambda 11\lambda$ |
| 32. $\lambda 1\lambda 11\lambda 111\lambda$ | 50. $\lambda 111\lambda 11111\lambda 11\lambda$ |

Задание 2. Напишите программу для машины Тьюринга, вычисляющей функцию в унарной системе счисления. Значения $x, y \in \omega$ записаны на ленте в указанном порядке и отделены друг от друга пустой ячейкой. В начальный момент времени каретка обозревает крайнюю левую единицу числа x .

Комментарии к составлению программы:

- число x написано слева, число y – справа, между числами одна пустая ячейка,
- выражение, задающее функцию, не содержит знаков целочисленного деления или округления,
- функция имеет значение тогда и только тогда, когда после выполнения всех действий (неважно, в каком порядке) получится натуральное число,
- если функция не имеет значения на вводимом наборе чисел x, y , то машина должна заиклиться.

Для создания алгоритма используйте эмулятор² машины Тьюринга. На рисунке 1 показан скриншот эмулятора, разработанного К.Ю. Поляковым и свободно скачиваемого с сайта <http://kpolyakov.spb.ru/>. Использование эмулятора удобно для проверки работы алгоритма и поиска ошибок. В поле «Условие задачи» необходимо указать следующую информацию: фамилия, имя, номер группы, номер варианта, текст задания. Интерфейс интуитивно понятный. За более подробными инструкциями можно обратиться к справке программы.

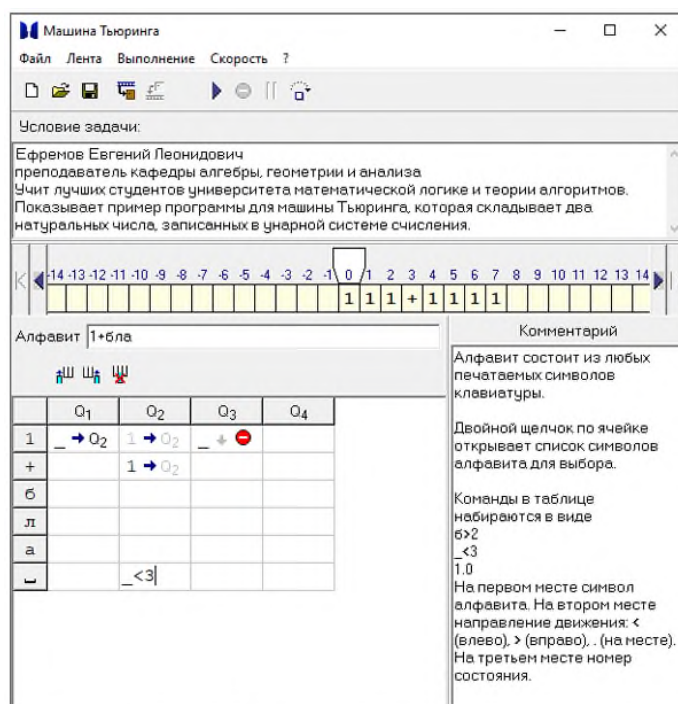


Рис. 1. Пример работы на эмуляторе машины Тьюринга

$$1. \frac{4-2y+3x}{2}.$$

$$2. \frac{2-3x+4y}{4}.$$

$$3. \frac{3-4y+3x}{2}.$$

$$4. \frac{2-4x+4y}{3}.$$

$$5. \frac{2-4y+2x}{3}.$$

$$6. \frac{4-2x+4y}{3}.$$

$$7. \frac{3-5y+2x}{2}.$$

$$8. \frac{4-3y+3x}{2}.$$

$$9. \frac{2-2x+3y}{4}.$$

$$10. \frac{4-2y+4x}{3}.$$

$$11. \frac{3-2x+3y}{4}.$$

$$12. \frac{3-5x+2y}{4}.$$

Контрольная работа №1

1. Определитель – это
а) матрица; б) число; в) вектор; г) прямоугольная таблица чисел;
д) неопределяемое понятие.
2. Матрица – это
а) прямоугольная таблица чисел; б) неопределяемое понятие;
в) отличный от нуля минор; г) диагональная таблица чисел; д) определитель.
3. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$ равен
а) 0; б) 8; в) –8; г) 16; д) бесконечности.
4. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ равен
а) 0; б) $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$; в) 8; г) 2; д) $1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$.
5. Система линейных уравнений имеет единственное решение тогда и только тогда, когда
а) число ее базисных неизвестных равно 1;
б) число ее базисных неизвестных равно 0;
в) число ее свободных неизвестных равно 0;
г) число ее базисных неизвестных равно числу ее свободных неизвестных;
д) ее ранг равен числу неизвестных;
е) ее ранг равен 1;
ж) ее ранг не существует;
з) число уравнений равно числу неизвестных.
6. Ранг матрицы – это максимальный порядок отличных от нуля
а) векторов; б) матриц; в) миноров; г) определителей; д) точек этой матрицы.
7. Система линейных уравнений совместна, если а) ее ранг равен 2; б) ранг ее расширенной матрицы равен 0;
в) ранг ее основной матрицы равен рангу ее расширенной матрицы;
г) ранг ее основной матрицы больше ранга ее расширенной матрицы;
д) ранг ее основной матрицы меньше ранга ее расширенной матрицы.
8. Система линейных уравнений имеет бесконечно много решений тогда и только тогда, когда
а) она не имеет базисных неизвестных;
б) ее ранг равен 0;
в) она имеет свободные неизвестные;
г) ее ранг равен ∞ ;
д) ее ранг не равен числу неизвестных;
е) ее ранг равен числу уравнений;
ж) число уравнений не равно числу неизвестных;
з) она имеет неквадратную матрицу.

9. Однородная система линейных уравнений имеет нетривиальное решение тогда и только тогда, когда
- а) ее ранг равен числу неизвестных;
 - б) ее ранг не равен числу неизвестных;
 - в) число свободных неизвестных больше 0;
 - г) число уравнений меньше числа неизвестных;
 - д) она имеет неквадратную матрицу.
10. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 10 & 1 & 0 \\ 1 & 10 & 2 \end{pmatrix}$ равен
- а) 99; б) 3; в) 2; г) 0; д) ∞ ; е) не существует.

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Контрольная работа №2

Контрольные вопросы: 1 Что такое предел последовательности? 2 Какая последовательность называется сходящейся? 3 Что такое расходящаяся последовательность? 4 Что называется пределом функции в точке? 5 Какая функция называется бесконечно малой? 6 Какая функция называется бесконечно большой? 7 Как раскрывается неопределенность $\left\{\frac{0}{0}\right\}$ в случае рациональных функций? 8 Как раскрывается неопределенность $\left\{\frac{0}{0}\right\}$ в случае иррациональных функций? 9 Как раскрывается неопределенность $\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$ в случае рациональных функций? 10 Как раскрывается неопределенность $\left\{\frac{\infty}{\infty}\right\}$ в случае иррациональных функций? 11 Как раскрывается неопределенность $\{\infty - \infty\}$?

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Контрольная работа №3

1 вариант

2 вариант

1. Вычислить производную

- a) $(4 - 3x)^7$
- b) $e^x - \sin x$
- c) $\sin 5x + \cos (2x - 3)$;
- d) $x^2 \cos x$;

- a) $\frac{1}{\sqrt{1-4x}}$
- b) $\sin (x - 3) - \ln (1 - 2x)$;
- c) $x^3 \ln x$
- d) $6x^4 - 9e^x$

2. Найти значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 , если:

$$f(x) = \cos x \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{6};$$

$$f(x) = \frac{2 \cos x}{\sin x}, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}$$

Написать уравнение касательной к графику функции в точ-

3. ке с абсциссой x_0 :

$$y = x^2 - 2x, \quad x_0 = 3$$

$$y = x^3 + 3x, \quad x_0 = 3;$$

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Контрольная работа №4

1. Решить уравнения:

a) $y' y \sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0.$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{x^2} + 4 \frac{y}{x} + 2.$

c) $(y^2 + y \sec^2 x) dx + (2xy + \operatorname{tg} x) dy = 0.$

2. Решить задачу Коши: $y' + y \cos x = \sin 2x, \quad y(0) = 0.$

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Контрольная работа №5

1. Вычислить интегралы

1 вариант

1. $\int_0^1 x dx;$

2. $\int_1^e \frac{1}{x} dx;$

3. $\int_{-2\pi}^{\pi} \sin x dx;$

4. $\int_{-3}^2 (2x - 3) dx;$

5. 1) $\int_0^4 (x - 3\sqrt{x}) dx$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями

1) Параболой $y = (x + 1)^2$, прямой $y = 1 - x$ и осью Ox ;

2) параболой $y = 4 - x^2$, прямой $y = x + 2$ и осью Ox ;

2 Вариант

1. Вычислить интегралы

1. $\int_{-1}^2 3x^2 dx;$

2. $\int_0^{\ln 2} e^x dx;$

3. $\int_0^2 (3x^2 - 4x + 5) dx.$

4. $\int_{-3\pi}^0 \cos 3x dx.$

5. $\int_0^4 (x - 3\sqrt{x}) dx;$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями

1) параболой $y = 4x - x^2$, прямой $y = 4 - x$ и осью Ox ;

2) параболой $y = 3x^2$, прямой $y = 1,5x + 4,5$ и осью Ox .

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Контрольная работа №6

1 Даны координаты вершин некоторого треугольника ABC. Требуется найти

- а) периметр треугольника ABC;
- б) уравнения сторон;
- в) уравнения медианы AM;
- г) уравнение высоты AH;
- д) уравнение прямой, проходящей через точку A, параллельно прямой BC.

2 Написать каноническое уравнение окружности, имеющей диаметр AB.

3 Написать каноническое уравнение параболы, проходящей через точку A симметрично относительно оси абсцисс для вариантов с четным номером и симметрично относительно оси ординат для задач с нечетным номером.

4 Написать каноническое уравнение эллипса

5 Написать каноническое уравнение гиперболы

Варианты

1 задание

1 A (6; 3); B (-6; -2); C (-10; 1)	2 A (-1; 7); B (11; 2); C (17; 10)
3 A (7; 2); B (-5; -3); C (-9; 0)	4 A (0; 7); B (12; 2); C (18; 10)

2 задание

1 A (2; 3); B (6; 1)	2 A (1; 4); B (-3; 2)
3 A (-4; 5); B (2; 2)	4 A (-7; 3); B (4; 2)

3 задание

1 A(6; 3)	2 A(8; -3)	3 A(2; 1)	4 A(-1; 5)
------------------	-------------------	------------------	-------------------

4 задание

1 a = 5; c = 4	2 c = 1; $\varepsilon = 0,5$
3 b = 2; c = 1	4 a = 5; c = 2

5 задание

1 b = 3; c = 6	2 c = 5; $\varepsilon = 1,25$
3 a = 2; $\varepsilon = 6$	4 b = 2; c = 3

- 1 Даны координаты вершин некоторого треугольника ABC. Требуется найти
- а) периметр треугольника ABC;
 - б) уравнения сторон;
 - в) уравнения медианы AM;
 - г) уравнение высоты AH;
 - д) уравнение прямой, проходящей через точку A, параллельно прямой BC.
- 2 Написать каноническое уравнение окружности, имеющей диаметр AB.
- 3 Написать каноническое уравнение параболы, проходящей через точку A симметрично относительно оси абсцисс для вариантов с четным номером и симметрично относительно оси ординат для задач с нечетным номером.
- 4 Написать каноническое уравнение эллипса
- 5 Написать каноническое уравнение гиперболы

Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «отлично» ставится при правильном выполнении 85-100% заданий;

Оценка «хорошо» ставится при правильном выполнении 70-85% заданий;

Оценка «удовлетворительно» ставится при правильном выполнении 55-70% заданий;

Оценка «неудовлетворительно» ставится при выполнении менее 55% заданий.

Контрольная работа №7

Контрольные вопросы: 1 Что такое комплексное число? 2 Что такое мнимая единица? 3 Что такое действительная часть числа? 4 Что такое мнимая часть числа? 5 Как сравнить два комплексных числа? 6 Какие числа называются сопряженными? 7 Как представить комплексное число графически? 8 Что такое модуль числа? 9 Что такое аргумент числа? 10 Сколько может быть модулей и аргументов у комплексного числа? 11 Как найти аргумент числа? 12 Как найти сумму комплексных чисел? 13 Как найти разность комплексных чисел? 14 Как найти произведение комплексных чисел? 15 Как найти частное комплексных чисел? 16 Что такое тригонометрическая форма записи комплексного числа? 17 Как перевести число в тригонометрическую форму? 18 Как найти произведение чисел в тригонометрической форме? 19 Как найти частное чисел в тригонометрической форме? 20 Как найти возвести число в тригонометрической форме в целую степень? 21 Как найти корень n -ной степени из числа в тригонометрической форме? 22 Формула Эйлера 23 Как представить комплексное число в показательной форме? 24 Как связаны тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел? 25 Как найти произведение чисел в показательной форме? 26 Как найти частное чисел в показательной форме? 27 Как найти возвести число в показательной форме в целую степень? 28 Как найти корень n -ной степени из числа в показательной форме?

Критерии оценивания практического занятия:

Оценка «отлично» выставляется, если обучающийся имеет знания учебного материала по теме практической работы – устно или письменно при ответе показывает усвоение взаимосвязи основных понятий, используемых в работе, смог ответить на все уточняющие и дополнительные вопросы, может письменно записать формулы расчета, пояснения к ним. Допускаются при записи незначительные исправления.

Оценка «хорошо» выставляется, если обучающийся показал знание учебного материала по практической работе – смог ответить устно или письменно почти на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы, при записи формул расчета и пояснений к ним, графических изображений имеет 1–2 неточности.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся в целом освоил материал по практической работе – смог ответить устно или письменно почти не на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы, при записи формул расчета и пояснений к ним, графических изображений имеет 3 неточности.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется обучающемуся, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала практической работы, который полностью не раскрыл содержание вопросов, не смог ответить письменно или устно на уточняющие и дополнительные вопросы. при записи формул расчета и пояснений к ним, графических изображений имеет 4 и более неточности.

2.2.Перечень вопросов и заданий для промежуточной аттестации

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ К ЭКЗАМЕНУ

На экзамене студент выбирает один билет, в котором содержится два теоретических и одно практическое задание. На подготовку ответа дается 30-40 минут.

1. Определение матрицы. Виды матриц. Равенство матриц.
2. Определитель матрицы. Свойства определителей.
3. Выполнение линейных операций над матрицами.
4. Умножение матриц. Свойства умножения матриц.
5. Вычисление определителей второго и третьего порядков
6. Разложение определителя по элементам строки и столбца.
7. Вычисление определителей высшего порядка
8. Миноры и алгебраические дополнения элементов определителя.
9. Обратная матрица. Обращение матриц второго и третьего порядков.
10. Методы решения систем линейных уравнений. Теорема Крамера.
11. Теорема Гаусса.
12. Свойства и графики основных элементарных функций.
13. Предел переменной величины. Основные свойства пределов.
14. Предел функции в точке.
15. Понятие о непрерывности функции.
16. Предел функции на бесконечности.
17. Раскрытие неопределенностей
18. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной.
Общее правило нахождения производной
19. Правила дифференцирования алгебраической суммы, произведения и частного
20. Правила дифференцирования сложной функции.
21. Геометрический и механический смысл производной
22. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными.
23. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка
24. Понятие первообразной. Неопределенный интеграл. Приложения неопределенного интеграла.
25. Интегрирование способом подстановки.
26. Интегрирование по частям.
27. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла.
28. Вычисление площадей фигур с помощью определенного интеграла.
29. Уравнение линии на плоскости. Параметрическое и общее уравнения.
30. Окружность и эллипс. Уравнения.
31. Гипербола и парабола. Уравнения
32. Определение комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
33. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа.
34. Действия над комплексными числами в алгебраической форме.
35. Переход от одной формы комплексного числа к другой.
36. Основные понятия теории алгоритмов

Критерии оценивания промежуточной аттестации:

«5» (отлично) – за глубокое и полное овладение содержанием учебного материала,

в котором студент свободно и уверенно ориентируется; за умение практически применять теоретические знания, высказывать и обосновывать свои суждения. Оценка «5» (отлично) предполагает грамотное и логичное изложение ответа.

«4» (хорошо) – если студент полно освоил учебный материал, владеет научно-понятийным аппаратом, ориентируется в изученном материале, осознанно применяет теоретические знания на практике, грамотно излагает ответ, но содержание и форма ответа имеют отдельные неточности.

«3» (удовлетворительно) – если студент обнаруживает знание и понимание основных положений учебного материала, но излагает его неполно, непоследовательно, допускает неточности, в применении теоретических знаний при ответе на практико-ориентированные вопросы; не умеет доказательно обосновать собственные суждения.

«2» (неудовлетворительно) – если студент имеет разрозненные, бессистемные знания, допускает ошибки в определении базовых понятий, искажает их смысл; не может практически применять теоретические знания